EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007
Proba scrisă la MATEMATICĂ
PROBA D

***Varianta* …040**

Proba D.Programa M1.Filiera teoretică, specializarea Științe ale naturii; Filieră tehnologică, profil Tehnic, toate specializările

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.**

La toate subiectele se cer rezolvări cu soluții complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se calculeze $\sin 1+\sin(-1)$.

(4p) **b)** Să se calculeze aria unui triunghi ABC dacă $AB=10,\ AC=8$ și $m(B\hat{A}C)=60^\circ$.

(4p) **c)** Să se calculeze distanța dintre punctele $A(2,0)$ și $B(1,1)$.

(4p) **d)** Să se determine $\alpha\in\mathbf{R}$ dacă dreptele $d_1: x-2y+3=0$ și $d_2:\alpha x+4y-2=0$ sunt paralele.

(2p) **e)** Să se calculeze partea reală a numărului $i+i^5+i^{10}+i^{20}+i^{2007}$.

(2p) **f)** Să se arate că punctul $A(2,1)$ aparține cercului $x^2+y^2=5$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră polinoamele $f,g\in\mathbf{C}(\mathbf{X})$ $f=X^3+X^2+4X+4$ și $g=X^2+2X+2$.

(3p) **a)** Să se calculeze $f(-1)+g(-1)$.

(3p) **b)** Să se determine câtul împărțirii polinomului f prin polinomul g.

(3p) **c)** Să se calculeze suma rădăcinilor polinomului f.

(3p) **d)** Să se calculeze $g(x_1)+g(x_2)+g(x_3)$, unde x_1,x_2,x_3 sunt rădăcinile polinomului f.

(3p) **e)** Să se determine rădăcinile polinomului g.

2. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R},\quad f(x)=x^3-4x$.

(3p) **a)** Să se calculeze $f'(x),\ x\in\mathbf{R}$.

(3p) **b)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)}{x-2}$.

(3p) **c)** Să se determine ecuația tangentei la graficul funcției f în punctul $A(2,0)$.

(3p) **d)** Să se arate că graficul funcției f are un punct de inflexiune.

(3p) **e)** Să se calculeze $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{f(x)}{x^3}\right)^{x^2}$.

SUBIECTUL III (20p)

În inelul matricelor $M_2(\mathbf{C})$ se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 0 & -1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0 & 1\\ 0 & -1\end{pmatrix}$

$I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ şi submulțimea $G=\{X\in M_2(\mathbf{C}) \mid AX=XA\}$.

(4p) **a)** Să se calculeze determinantul şi rangul matricei A.

(4p) **b)** Să se arate că $A^2+AB+B=I_2$.

(4p) **c)** Să se rezolve ecuația $AX=\begin{pmatrix}1\\ 1\end{pmatrix}$, $X\in M_{2,1}(\mathbf{C})$.

(2p) **d)** Să se arate că dacă $X\in G$, atunci există $a,b\in\mathbf{C}$ astfel încât $X=aI_2+bB$.

(2p) **e)** Să se calculeze $A+A^2+...+A^{2007}$.

(2p) **f)** Să se calculeze $(A-B+I_2)^n$, $n\in\mathbf{N}^*$.

(2p) **g)** Să se determine o matrice $X\in G$ astfel încât $\det(X)=2007$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f:(0,\infty)\to\mathbf{R}$ $\quad f(x)=\dfrac{1}{x^2+x}$.

(4p) **a)** Să se arate că $f(x)-\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x+1}=0,\ \forall x\in(0,\infty)$.

(4p) **b)** Să se calculeze $f'(x), x>0$.

(4p) **c)** Să se arate că există două asimptote la graficul funcției f.

(2p) **d)** Să se arate că f este strict descrescătoare pe intervalul $(0,\infty)$.

(2p) **e)** Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty}\left(f(1)+f(2)+...+f(n)\right)$.

(2p) **f)** Să se calculeze $\int_1^2 f(x)\,dx$.

(2p) **g)** Să se arate că aria suprafeței plane cuprinse între graficul funcției f, axa Ox şi dreptele $x=1$ şi $x=2$ este mai mică decât $\dfrac{1}{2}$.